

「線形代数学」中間試験問題

(2007 年度, 木曜 1:2 校時, 応用化学工学科 1 年) 試験時間 80 分

- 注意 1. 解答には途中の経過も記すこと。最終的な答のみでは得点できない。
 注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと。
 注意 3. 早めに解答を完了した場合でも, 静粛を保つために, 退出は 9:40 の時点の一回限りとする。
 注意 4. 解答はこの用紙に収まるように案配して書くこと。

1 (25 点) 連立 1 次方程式
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$
 が解を持つための a, b の条件を求めよ。

2 (25 点) 連立 1 次方程式
$$\begin{bmatrix} 6 & -12 & -2 & 3 & 19 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & -6 \\ 3 & -6 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ -8 \\ 7 \end{bmatrix}$$
 を解け。

☆ 解けたなら, 検算をすることをお勧めします。方程式に解を代入して成り立つか!

学籍番号		氏名		点
------	--	----	--	---

3 (25 点) 簡約化を用いて, 行列 $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めよ.

☆ 求めたら検算をすることをお勧めします. 逆行列と掛けて単位行列になるか!

4 (15 点) 正方行列 A は $A^m = O$ を満たすとする (つまり A は巾零行列).
(1) $(E - A)(E + A + \cdots + A^{m-1})$ と $(E + A + \cdots + A^{m-1})(E - A)$ を計算せよ.
(2) $E - A$ の逆行列を記せ.

5 (10 点) 次の置換 σ を互換の積に分解せよ. また簡約化を用いて $\text{sgn}(\sigma)$ を求めよ.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$