

2017 年度 後期 模擬試験 (問題 兼 解答用紙)

開講学部	評点
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名	クラス	出題者
3/3	有	なし	80分	微分積分 II <small>木曜 1 時限, 教科書: 北岡 他 著 「工料系の微分積分学の基礎」</small>	B	大西 良博 印
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	学籍番号 (9桁)	氏名	
なし	理工学部	情報工学科	1年			

- 注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと。最終結果だけでは得点できない。
 注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと。
 注意 3. 試験場の静粛を保つために, 退出は開始 60 分後の時点の一回限りとする。

1 次の不定積分を求めよ。

$$(1) \int \frac{2x}{1+x^4} dx$$

$$(2) \int e^x \sin x dx$$

$$(3) \int \sqrt{1+x^2} dx$$

$$(4) \int \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$$

$$(5) \int \frac{1}{\cos^3 x} dx$$

2 次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_0^1 \frac{2x}{1+x^4} dx$$

$$(2) \int_1^e \frac{1}{x \log x} dx$$

$$(3) \int_1^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$$

3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2+k^2}}$ を求めよ。

4 関数 $f(x) = \frac{x}{1 + \frac{1}{3}x^4}$ について次の間に答えよ.

(1) 曲線 $y = f(x)$ の概形を描け.

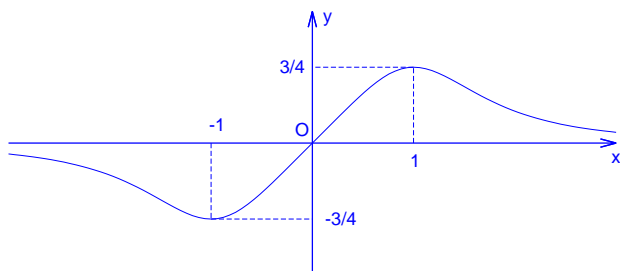
解答例 $f(x)$ の導関数は

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1 \cdot (1 + \frac{1}{3}x^4) - x \cdot \frac{4}{3}x^3}{(1 + \frac{1}{3}x^4)^2} \\ &= \frac{1 - x^4}{(1 + \frac{1}{3}x^4)^2} = \frac{(1-x)(1+x)(1+x^2)}{1 + \frac{1}{3}x^4}. \end{aligned}$$

これより増減表を書くと

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	$-\frac{3}{4}$	↗	$\frac{3}{4}$	↘

これよりグラフは次の様になる.



(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸の $x \geq 0$ の部分で囲まれる部分の面積 S を求めよ.

解答例

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\infty} \frac{x}{1 + \frac{1}{3}x^4} dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}x^2 \right) \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi}{4} \dots\dots \text{Ans.} \end{aligned}$$

5 次の関数の $x = 0$ を中心にした冪級数展開を 3 次の項まで求めよ.

(1) $y = e^x \sin x$

(2) $y = e^{x^2}$

(3) $y = x^2 \log(1+x)$

6 次の微分方程式を解け.

(1) $y' = 4xy^2 - 4x$

(2) $y' - x + 2y = 0$

7 次の曲線の長さを求めよ.

(1) 放物線 $y = x^2$ の $x = 0$ から $x = 1$ までの部分

(1) (3) を利用してよい)

(2) 曲線 $C : \{ (e^t \cos t, e^t \sin t) \mid 0 \leq t \leq \pi \}$

8 次の重積分を求めよ.

(1) $\iint_D (1 + xy + y^2) dx dy, \quad D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$

(2) $\iint_D xy dx dy, \quad D: x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1$

(3) $\iint_D \cos \frac{x}{y} dx dy, \quad D: \frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x \leq y^2$

(4) $\iint_D (x - 2y) dx dy, \quad D: 3x - y \leq 3, -4 \leq x - 3y \leq 0$

(5) $\iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}$

9 次の関数の $x = 0$ における^{べき}冪級数展を 3 次の項まで求めよ. 解答は Landau の記号 $o(x^3)$ を使って記せ.

(1) $e^x \sin x$

(2) $\frac{\sin x}{e^x}$

(3) $\frac{\tan x}{x}$