実施：2023 年 7 月 12 日 (水) 9:10-10:40, 場所：11-503-1

2023 年度 **前期 中間試験** (問題 兼 解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

評　点

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名	出題者
1/6	有	なし	90 分	計算機科学 7 水曜 1 時限, 教科書：Original	大西 良博

持込許可物	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9 桁)	氏　名
なし	理工学部	学科	年			

注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと. 最終結果だけでは得点できない.
注意 2. 途中退出し試験を完了できるのは 10:10 の時点のみとする.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (20 点) 検査行列 H が

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \in \mathrm{Mat}(2, 4, \mathbb{F}_5)$$

で与へられる $\mathbb{F}_5$ 上の線形符号 $C \subset {\mathbb{F}_5}^4$ について, 次の (1) 〜 (2) に答へよ.

(1) C の生成行列 G および C の符号語をすべて求めよ.

(2) C の最小距離 d を求めよ.

学籍番号	

2 (20 点) 次の行列 G は $(7,4)$ Hamming 符号の生成行列である.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

（但し, ここでは巡回符号として記述してある.）これについて以下に答へよ.

(1) $[0\ 1\ 1\ 0]$ を符号化せよ.

(2) 検査行列 H を簡約化された形で求めよ.

(3) $[1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1]$, $[1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1]$ を元語化せよ.

学籍番号	

$\boxed{\mathbf{3}}$ (15 点) $\mathbb{F}_{2^2} = \mathbb{F}_2[\alpha] = \{0,\ 1,\ \alpha,\ 1+\alpha\}$（但し $\alpha^2 = 1+\alpha$）上の検査行列

$$H = \begin{bmatrix} 1+\alpha & \alpha & 1 & 1 \\ \alpha & 1+\alpha & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

で定義される線形符号 C に対し,

(1) C の最小距離 $d(C)$ を求めよ.
(2) C が 1 誤り訂正符号であることを示せ.
(3) C の生成行列を反転簡約行列の形で求めよ. それを G とする.
(4) 通報 $[1\ \ \alpha]$ を符号化せよ.
(5) C が 1 誤り訂正符号であることを踏まえて, 受信語 $[1\ \ 1+\alpha\ \ 1+\alpha\ \ 0]$ を元語化せよ.

学籍番号	

$\boxed{\mathbf{4}}$ (15 点) $\mathbb{F}_3[x]/(x^{26}-1)$ の $\{0\}$ 以外の ideals はいくつあるか. (答には具体的に ideal を書く必要はない.)
(Hint : $x(x^{26}-1) = x^{3^3} - x$ の分解体は $\mathbb{F}_3$ の 3 次拡大であるから, 既約因数 (式) の次数は 3 の約数.
また, この多項式は分離的 (重複根を持たない).)

$\boxed{\mathbf{5}}$ (15 点) $g(x) = 2 + 2x + x^2 \in \mathbb{F}_3[x]$ は周期 8 の多項式である.
（つまり $g(x) | x^n - 1$ なる最小の $n \in \mathbb{N}$ は 8）.
これの生成する巡回符号 $C \subset {\mathbb{F}_3}^{-8}$, つまり

$$\mathbb{F}_3\, g(x) + \mathbb{F}_3\, xg(x) + \mathbb{F}_3\, x^2 g(x) + \mathbb{F}_3\, x^3 g(x) + \mathbb{F}_3\, x^4 g(x) + \mathbb{F}_3\, x^5 g(x)$$

の係数を昇冪の順に拾つてできる ${\mathbb{F}_3}^{-8}$ 内の vectors の全体のなす部分空間, について以下に答へよ.

(1) C の検査多項式 $h(x)$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{u} = [\,2\ 0\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\,]$ は符号語であるか否か. 理由を付けて答えよ.

(3) $\boldsymbol{v} = [\,2\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 2\ 1\,]$ は符号語であるか否か. 理由を付けて答えよ.

$\boxed{\mathbf{6}}$ (15 点) 次の行列 G を生成行列とする $\mathbb{F}_3$ 上の線形符号 $C \subset {\mathbb{F}_3}^{-11}$ は巡回符号である.

$$G = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_0 \\ \boldsymbol{g}_1 \\ \boldsymbol{g}_2 \\ \boldsymbol{g}_3 \\ \boldsymbol{g}_4 \\ \boldsymbol{g}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathrm{Mat}(6, 11, \mathbb{F}_3).$$

これについて以下に答へよ.

(1) 生成多項式 $g(x)$ を記せ.

(2) 検査多項式 $h(x)$ を記せ.

(3) $\boldsymbol{g}_0 + {\boldsymbol{g}_5}^{\sigma}$ を $\boldsymbol{g}_0, \cdots, \boldsymbol{g}_5$ の $\mathbb{F}_3$ 上の 1 次結合で表せ. （σ は右 shift を意味する）