実施：2024 年 8 月 17 日 (水) 9:10-10:40, 場所：E-202

# 2024 年度 **前期 定期試験** (問題 兼 解答用紙)

| 開講学部 | 評点小計 |
| --- | --- |
| 理工学部 | |

| 評　点 |
| --- |
| |

| 問題枚数 | 両面印刷 | 別紙解答用紙 | 試験時間 | 試験科目名 | 出題者 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1/6** | 有 | なし | 80 分 | 計算機科学 7　水曜 1 時限, 教科書：Original | 大西 良博 |

| 持込許可物 | 所属学部 | 所属学科 | 学年 | クラス | 学籍番号 (9 桁) | 氏　名 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| なし | 理工学部 | 学科 | 年 | | | |

**注意** 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと. 最終結果だけでは得点できない.
**注意** 2. 途中退出し試験を完了できるのは 10:10 の時点のみとする.

**1** (20 点) 検査行列 $H$ が

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \in \mathrm{Mat}(4, 2, \mathbb{F}_7)$$

で与へられる $\mathbb{F}_3$ 上の線形符号 $C \subset \mathbb{F}_7{}^{-4}$ について, 次の (1) 〜 (3) に答へよ.

(1) $C$ の生成行列 $G$ を求めよ.

(2) $C$ の最小距離 $d$ を求めよ.

(3) $\boldsymbol{v} = [\,2\ 1\ 1\ 1\,]$ は 1 箇所のみ誤送信されてゐるが, その箇所を特定でき得ないことを説明せよ.

**2024 年度 「計算機科学 7」 定期試験**

| 学籍番号 | |
|---|---|

$\boxed{\mathbf{2}}$ (20 点) 次の行列 $G$ は $(7,4)$ Hamming 符号の生成行列である.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(但し, ここでは巡回符号として記述してある.) これについて以下に答えよ.

(1) $[1\ 1\ 1\ 0]$ を符号化せよ.

(2) 検査行列 $H$ を簡約化された形で求めよ.

(3) $[1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1]$, $[1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0]$ を元語化せよ.

| 学籍番号 | |
|---|---|

$\boxed{\mathbf{3}}$ (15 点) $\mathbb{F}_4 = \mathbb{F}_{2^2} = \mathbb{F}_2[\alpha] = \{0,\ 1,\ \alpha,\ 1+\alpha\}$（但し $\alpha^2 = 1+\alpha$）上の検査行列

$$H = \begin{bmatrix} 1+\alpha & \alpha & 1 & 1 \\ \alpha & 1+\alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathrm{Mat}(2, 4, \mathbb{F}_4)$$

で定義される線形符号 $C$ に対し,

(1) $C$ の最小距離 $d(C)$ を求めよ.
(2) $C$ が 1 誤り訂正符号であることを示せ.
(3) $C$ の生成行列を反転簡約行列の形で求めよ. それを $G$ とする.
(4) 通報 $[1\ \ \alpha]$ を符号化せよ.
(5) $C$ が 1 誤り訂正符号であることを踏まえて, 受信語 $[0\ \ \alpha\ \ \alpha\ \ \alpha]$ を元語化せよ.

| 学籍番号 | |
|---|---|

$\boxed{\mathbf{4}}$ (15 点) $\mathbb{F}_2[x]/(x^7-1)$ の ideals を全て求めよ.
（Hint : $x(x^7-1) = x^{2^3} - x$ の分解体は $\mathbb{F}_2$ の 3 次拡大であるから, 既約因数 (式) の次数は 3 の約数.）

| 学籍番号 | |
|---|---|

$\boxed{\mathbf{5}}$ (15 点) $g(x) = 1 + 4x + x^2 \in \mathbb{F}_5[x]$ は周期 6 の多項式である.

（つまり $g(x) | x^n - 1$ なる最小の $n \in \mathbb{N}$ は 6）.

これの生成する巡回符号 $C \subset \mathbb{F}_5{}^{-6}$, つまり

$$\mathbb{F}_5\, g(x) + \mathbb{F}_5\, xg(x) + \mathbb{F}_5\, x^2 g(x) + \mathbb{F}_5\, x^3 g(x)$$

の係数を昇冪の順に拾つてできる $\mathbb{F}_5{}^{-6}$ 内の vectors の全体のなす部分空間, について以下に答へよ.

(1) $C$ の検査多項式 $h(x)$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{u} = [\,4\ 2\ 1\ 2\ 4\ 3\,]$ は符号語であるか否か. 理由を付けて答えよ.

(3) $\boldsymbol{v} = [\,1\ 2\ 4\ 3\ 0\ 1\,]$ は符号語であるか否か. 理由を付けて答えよ.

**2024 年度 「計算機科学 7」 定期試験**

| 学籍番号 | |
|---|---|

$\boxed{\textbf{6}}$ (15 点) 次の行列 $G$ を生成行列とする $\mathbb{F}_3$ 上の線形符号 $C \subset {\mathbb{F}_3}^{-11}$ は巡回符号である.

$$G = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_0 \\ \boldsymbol{g}_1 \\ \boldsymbol{g}_2 \\ \boldsymbol{g}_3 \\ \boldsymbol{g}_4 \\ \boldsymbol{g}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathrm{Mat}(6, 11, \mathbb{F}_3).$$

これについて以下に答へよ.

(1) 生成多項式 $g(x)$ を記せ.

(2) 検査多項式 $h(x)$ を記せ.

(3) $(\boldsymbol{g}_0 + 2\boldsymbol{g}_5)^{\sigma^2}$ を $\boldsymbol{g}_0, \cdots, \boldsymbol{g}_5$ の $\mathbb{F}_3$ 上の 1 次結合で表せ. （$\sigma$ は右 shift を意味する）