

2024 年度 前期中間試験 (問題兼 解答用紙)

開講学部		評点小計				
理工学部						
問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
1/6	有	なし	80 分	計算機科学 7 <small>水曜 1 時限, 教科書: Original</small>		大西 良博
持込許可物	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号 (9 桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

評点

注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと。最終結果だけでは得点できない。

注意 2. 途中退出し試験を完了できるのは 10:10 の時点のみとする。

**1** (20 点) 検査行列  $H$  が

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \in \text{Mat}(4, 2, \mathbb{F}_3)$$

で与えられる  $\mathbb{F}_3$  上の線形符号  $C \subset \mathbb{F}_3^{-4}$  について、次の (1) ~ (3) に答へよ。

(1)  $C$  の生成行列  $G$  および  $C$  の符号語をすべて求めよ。

(2)  $C$  の最小距離  $d$  を求めよ。

(3)  $C$  の標準配列および対応する syndromes を表に表せ。

2 (20 点) 次の行列  $G$  は (7, 4) Hamming 符号の生成行列である.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(但し, ここでは巡回符号として記述してある.) これについて以下に答へよ.

- (1)  $[1101]$  を符号化せよ.
- (2) 検査行列  $H$  を簡約化された形で求めよ.
- (3)  $[1111011]$ ,  $[1100011]$  を元語化せよ.

3 (15 点)  $\mathbb{F}_4 = \mathbb{F}_{2^2} = \mathbb{F}_2[\alpha] = \{0, 1, \alpha, 1 + \alpha\}$  (但し  $\alpha^2 = 1 + \alpha$ ) 上の検査行列

$$H = \begin{bmatrix} 1 + \alpha & \alpha & 1 & 1 \\ \alpha & 1 + \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \text{Mat}(2, 4, \mathbb{F}_4)$$

で定義される線形符号  $C$  に対し,

- (1)  $C$  の最小距離  $d(C)$  を求めよ.
- (2)  $C$  が 1 誤り訂正符号であることを示せ.
- (3)  $C$  の生成行列を反転簡約行列の形で求めよ. それを  $G$  とする.
- (4) 通報  $[1 \ \alpha]$  を符号化せよ.
- (5)  $C$  が 1 誤り訂正符号であることを踏まへて, 受信語  $[1 \ 1 \ \alpha \ 1]$  を元語化せよ.

4 (15 点)  $\mathbb{F}_3[x]/(x^8 - 1)$  の ideals を全て求めよ.

(Hint:  $x(x^8 - 1) = x^{3^2} - x$  の分解体は  $\mathbb{F}_3$  の 2 次拡大であるから, 既約因数 (式) の次数は 2 の約数.)

5 (15 点)  $g(x) = 1 + 2x + x^2 + 2x^3 + x^4 \in \mathbb{F}_3[x]$  は周期 10 の多項式である.

(つまり  $g(x)|x^n - 1$  なる最小の  $n \in \mathbb{N}$  は 10).

これの生成する巡回符号  $C \subset \mathbb{F}_3^{-10}$ , つまり

$$\mathbb{F}_3 g(x) + \mathbb{F}_3 xg(x) + \cdots + \mathbb{F}_3 x^5 g(x)$$

の係数を昇幂の順に拾つてできる  $\mathbb{F}_3^{-10}$  内の vectors の全体のなす部分空間, について以下に答へよ.

(1)  $C$  の検査多項式  $h(x)$  を求めよ.

(2)  $\mathbf{u} = [0\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 2]$  は符号語であるか否か. 理由を付けて答えよ.

(3)  $\mathbf{v} = [0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]$  は符号語であるか否か. 理由を付けて答えよ.

6 (15 点) 次の行列  $G$  を生成行列とする  $\mathbb{F}_3$  上の線形符号  $C \subset \mathbb{F}_3^{-11}$  は巡回符号である.

$$G = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \text{Mat}(6, 11, \mathbb{F}_3).$$

これについて以下に答へよ.

- (1) 生成多項式  $g(x)$  を記せ.
- (2) 検査多項式  $h(x)$  を記せ.
- (3)  $g_0 + 2g_5^\sigma$  を  $g_0, \dots, g_5$  の  $\mathbb{F}_3$  上の 1 次結合で表せ. ( $\sigma$  は右 shift を意味する)