

2014 年度 後期 期末試験 (問題 兼 解答用紙)

開講学部	評点
理工学部	

問題頁数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		クラス	出題者
2	有	なし	80分	離散数学 3 <small>金曜 4 時限, 教科書: 知念/平松 著「有限数学入門」</small>		A, B	大西 良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	学籍番号 (9桁)		氏名	
なし	理工学部	数学科	3年				

- 注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと。最終結果だけでは得点できない。
 注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと。
 注意 3. 試験場の静粛を保つために, 退出は開始 60 分後の時点の一回限りとする。

1 (10点) 位数が n の完全単純グラフの辺の数は $\binom{n}{2}$ であることを示せ。

3 (15点) n 個の頂点と $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ 個より多い辺を持つ単純グラフは連結であることを示せ。

2 (20点) G が n 個の頂点と p 個の連結成分を持つ単純グラフであれば, G が含むうる辺の最大数は

$$\frac{1}{2}(n-p)(n-p+1)$$

であることを示せ。

5 (15点) 図 1 に示されたグラフが図 2 のグラフと同型であることがわかる様に図 1 に記された頂点の記号を図 2 の対応する頂点に記せ。

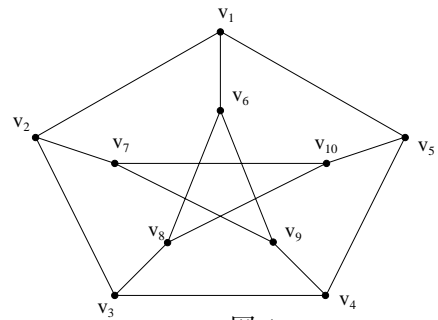


図 1

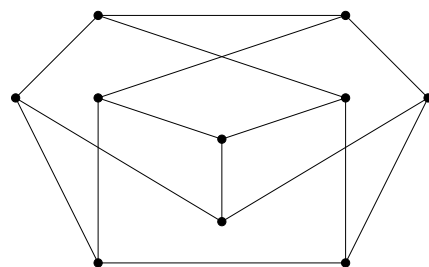
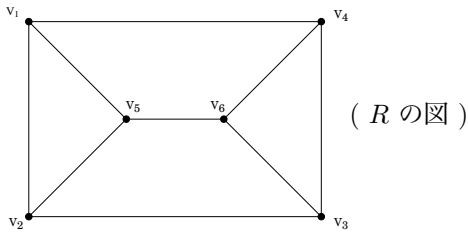


図 2

4 (15 点) 2 つの同型な平面グラフ (頂点以外では辺が交叉しないグラフ) G_1, G_2 ($G_1 \cong G_2$) で, それぞれの双対グラフ (元の辺たちで囲まれた領域に新しい頂点を配し, それらを元の辺を跨ぐ様に新しい辺で結んだもの) が同型とならない ($G_1^* \not\cong G_2^*$) 例を与えよ. なるべく, 次数および位数の小さいグラフが望ましい.

6 (25 点) 下図のグラフを R とする.



(1) G の隣接行列 A を記せ.

(2) A の階数を計算し, それが 4 であることを確かめよ.

(3) 次の に適切な数または文字または語句を入れよ.

一般に, 位数 p , サイズ q の無向単純グラフ G の固有多項式を

$$t^p + c_1 t^{p-1} + c_2 t^{p-2} + c_3 t^{p-3} + \cdots + c_{p-2} t^2 + c_{p-1} t + c_p$$

と書くとき, $c_1 = \text{}$, $c_2 = \text{}$,

$$c_3 = (-1) \times \text{“グラフ } G \text{ 内の の個数の 2 倍”}.$$

また (2) より, グラフ R の場合は $c_5 = c_6 = \text{}$ である.

(4) 前問 (3) から, 図のグラフ R の固有多項式は c_4 を除いて決定された. その固有多項式を t と c_4 を用いて書け.

(5) 一般に r 正則グラフは固有値 r を持つ. このことを利用して c_4 を求めよ.

(6) R のスペクトルを求めよ. (固有値の大きいものから順に並べよ.)