

2014年度 後期 模擬試験 (問題 兼 解答用紙)

開講学部	評点
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		クラス	出題者
2/2	有	なし	80分	離散数学3 <small>金曜 4 時限, 教科書: 知念/平松 著「有限数学入門」</small>		A, B	大西 良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	学籍番号 (9桁)		氏名	
なし	理工学部	数学科	3年				

- 注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと。最終結果だけでは得点できない。  
 注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと。  
 注意 3. 試験場の静粛を保つために, 退出は開始 60 分後の時点の一回限りとする。

1 (15点) 位数が  $n$  の完全単純グラフの辺の数は  $\binom{n}{2}$  であることを示せ。

3  $n$  個の頂点と  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$  個より多い辺を持つ単純グラフは連結であることを示せ。

2  $G$  が  $n$  個の頂点と  $p$  個の連結成分を持つ単純グラフであれば,  $G$  が含みうる辺の最大数は

$$\frac{1}{2}(n-p)(n-p+1)$$

であることを示せ。

4 2つの同型な平面グラフ (頂点以外では辺が交叉しないグラフ)  $G_1, G_2$  ( $G_1 \cong G_2$ ) で, それぞれの双対グラフ (元の辺たちで囲まれた領域に新しい頂点を配し, それらを元の辺を跨ぐ様に新しい辺で結んだもの) が同型とならない ( $G_1^* \not\cong G_2^*$ ) 例を与へよ。なるべく, 次数および位数の小さいグラフが望ましい。

5 図 1 に示されたグラフが図 2 のグラフと同型であることがわかる様に図 1 に記された頂点の番号を図 2 の上に記せ.

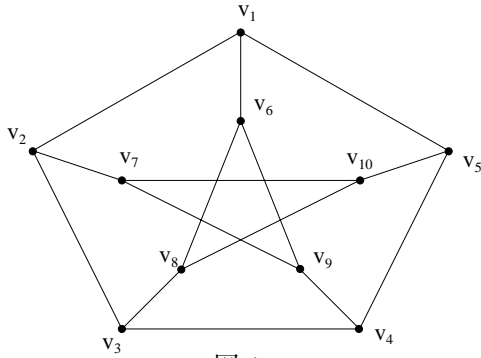


図 1

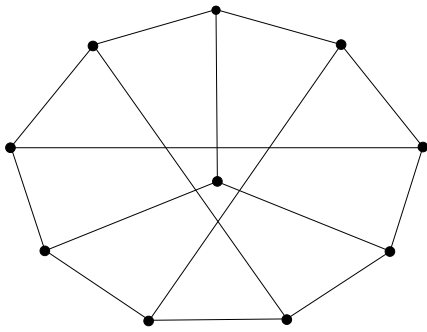
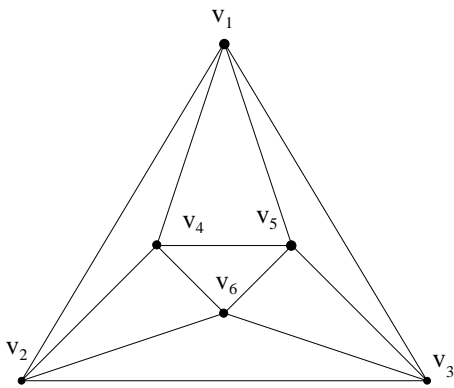


図 2

6 下図のグラフを  $G$  とする.



(1)  $G$  の隣接行列  $A$  を記せ.

(2)  $A$  のスペクトルを求めよ. ( $A$  の対称性を利用せよ)

7 頂点の個数が  $n$  である完全グラフ (任意の 2 点を結ぶ辺が丁度 1 本である様なグラフ)  $K_n$  と  $n$  個の頂点が輪の様に繋がってできているグラフ (輪体)  $C_n$  について, その隣接行列とグラフのスペクトル (重複度を込めて) を求めよ. また, これらのグラフが 2 部グラフになるのはどんなときか述べよ.

一般にグラフ  $G = (V, E)$  において頂点の 2 つの集合  $V_1, V_2 \subset V$  があって,  $V = V_1 \cup V_2, V_1 \neq \emptyset, V_2 \neq \emptyset, V_1 \cap V_2 = \emptyset$  であり,  $V_1$  に含まれるいかなる 2 点も隣接せず,  $V_2$  に含まれるいかなる 2 点も隣接しないとする. このとき  $G$  は 2 部グラフであるという.