

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

評点

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
1/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜 2 時限, 教科書: Original</small>		大西良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

- 注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと。最終結果だけでは得点できない。  
 注意 2. 本問題用紙以外では教科書だけは見てもよい。  
 注意 3. 裏面は使用してはならない。各問題用紙の表面に収まる様に答案を作成せよ。  
 注意 4. あなた 1 人だけの静寂な環境で解答を作成すること。  
 注意 5. その他, “Class room” に記した注意を守ること。

1 (15点) 次の行列  $A$  について, 線形変換  $T_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  の固有多項式  $\varphi_A(t)$ , 固有値, 各固有値に対応する固有空間を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 55 & -30 & 56 \\ 50 & -28 & 50 \\ -28 & 15 & -29 \end{bmatrix}.$$

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
2/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜 2 時限, 教科書 : Original</small>		大西 良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

**2** (10点) 固有値の全体積は行列式  $|A|$  に一致することを示せ. 正則行列であるためには 0 を固有値に持たないことが必要十分であることを示せ.

$A \in GL(n, \mathbb{C}), B \in Mat(n, \mathbb{C})$  について,  $\varphi_{AB}(t) = \varphi_{BA}(t)$  を示せ. (実際は  $A \in Mat(n, \mathbb{C})$  について成り立つ.)

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名			出題者
3/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜 2 時限, 教科書 : Original</small>			大西 良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)		氏名
なし	理工学部	学科	年				

**3** (15点) 次の行列  $A$  を対角化せよ。( **1** の結果を利用してよい。 )

$$\begin{bmatrix} 55 & -30 & 56 \\ 50 & -28 & 50 \\ -28 & 15 & -29 \end{bmatrix}.$$

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
4/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜 2 時限, 教科書: Original</small>		大西良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

4 (15点) 次の行列  $A$  について答へよ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -6 & -6 \end{bmatrix}.$$

- (1) 正則行列  $P$  を見付けて  $B = P^{-1}AP$  を対角行列とせよ.  
 (2)  $A^n$  を求めよ. ( $n$  は任意の自然数)

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
5/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜2時限, 教科書: Original</small>		大西良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

5 (15点) 次の線形変換を対角化せよ:

$$T : \mathbb{R}[x]_2 \rightarrow \mathbb{R}[x]_2, \quad T(f) = -f''(x)(x+1)(x+3) - 2f(x-2) + f(-1)(x-2).$$

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
6/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜 2 時限, 教科書 : Original</small>		大西 良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

**6** (15点) 3次正方行列  $A$  の固有値多項式が  $\varphi_A(t) = (t-1)^2(t+1)$  であるといふ. このとき,  $A^{167}$  を, 整数係数の  $A$  の 2 次以下の多項式で表せ.

2020年度 前期定期試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点小計
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名		出題者
7/7	有	なし	90分	線形代数 4 <small>月曜 2 時限, 教科書: Original</small>		大西 良博
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	クラス	学籍番号(9桁)	氏名
なし	理工学部	学科	年			

**7a** と **7b** のうち, どちらか 1 問に解答せよ.

**7a** (15 点)  $\mathbb{R}^4$  における 3 つの vectors

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -14 \\ 4 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -17 \\ -11 \\ 11 \\ -9 \end{bmatrix}$$

50

の生成する部分空間を  $W$  とする. この vectors を, この順序に関して Gram-Schmidt の直交化により, 直交化し,  $W$  の正規直交基を求めよ.

**7b** (15 点) 直交行列  $A \in \text{Mat}(n, \mathbb{R})$  について  $|A| = -1$  ならば  $-1$  は  $A$  の固有値であることを証明せよ.

(Hint: 行列式が  $-1$  であるいくつかの直交行列の固有多項式を挙げておく:

$$t^3 - \frac{3}{7}t^2 - \frac{3}{7}t + 1, \quad t^4 + \frac{4}{9}t^3 - \frac{4}{9}t - 1, \quad t^5 - \frac{3}{5}t^4 - \frac{2}{5}t^3 - \frac{2}{5}t^2 - \frac{3}{5}t + 1.)$$