演習問題 2

1 全微分可能な関数 $z=f(x,y)$ の定める曲面について, その上の点 A(a,b,c) (ただし $c=f(a,b)$) における接平面の方程式は

$$z-c=f_x(a,b)(x-a)+f_y(a,b)(y-b)$$

で与えられることを, 講義で説明した方法に沿って証明せよ.

2 次の曲面について, 与えられた点 A における接平面の方程式を求めよ.

(1) $z=3x^2y+xy,\quad \mathrm{A}(1,-1,-4)$

(2) $z=\dfrac{x^2}{2^2}+\dfrac{y^2}{3^2},\quad \mathrm{A}(2,-3,2)$

(3) $z=\dfrac{x}{x+y},\quad \mathrm{A}(-2,1,2)$

3 合成関数の微分法を用いて $\dfrac{dz}{dt}$ を求めよ.

(1) $z=xy^2-x^2y,\ \ x=t^2,\quad y=e^t$

(2) $z=e^{x^2y},\quad x=\cos t,\quad y=t^2$

4 合成関数の微分法を用いて $z_u=\frac{\partial z}{\partial u}$, $z_v=\frac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ.

(1) $z=xy^2+x^2y,\quad x=u+v,\quad y=u-v$

(2) $z=\sin(x-y),\quad x=u^2+v^2,\quad y=2uv$