

《複素関数 II》 中間試験問題兼解答用紙

(2013 年度, 後期, 木曜 2 時限, 数学教育専修, 数理情報コース, 各 3 年)
 試験時間 80 分, 教科書: 佐藤/吉田 共著 「初歩から学べる 複素解析」

- 注意** 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと. 最終結果だけでは得点できない.
注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと.
注意 3. 試験場の静粛を保つために, 退出は 11:40 の時点の一回限りとする.
注意 4. 早めに来たなら念入りに検算せよ.

1 (15 点) 複素平面上の座標を $z = x + iy$ と書いたときに放物線 $y^2 = x$ に沿って原点から点 $(1, 1)$ まで結ぶ曲線を C とする. このとき次の積分を (線積分の定義に基づいて) 計算せよ.

$$\int_C |z| dz$$

2 (15 点) 積分 $\int_{\frac{\pi}{2}i}^{\pi i} e^{\frac{z}{2}} dz$ を計算せよ.

3 (10 点) $C = \{|z| = 1\}$ のとき, 次の積分の値を求めよ.

$$\int_C \frac{1}{z(z-3)} dz.$$

学籍番号	氏名	点
------	----	---

4 (30点) $C = \{|z - i| = 1\}$ のとき, 次の積分の値を指示に従い, 2通りに計算せよ.

$$\int_C \frac{1}{z^2 + 1} dz$$

(1) $\frac{1}{z^2 + 1} = \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{z - i} - \frac{1}{z + i} \right)$ と考えて.

(2) $\frac{1}{z^2 + 1} = \frac{1}{z - i} \cdot \frac{1}{z + i}$ としコーシーの積分表示を利用.

5 (30点) コーシーの積分表示やグルサの定理を利用し, 積分を計算せよ.

(1) $\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z} dz$

(2) $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^3} dz$