

(2005 年度, 金曜 3・4 校時)

「複素解析」 期末試験 (第2回) 問題

試験時間 90 分

注意 1. 解答には途中の経過も記すこと. 最終的な答のみでは得点できない.

注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと.

注意 3. 早めに解答を完了した場合でも, 静粛を保つために, 退出は 11:30 の時点の一回限りとする.

1 (15 点) 複素数 $\log\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)$ の実部, 虚部, 絶対値, 偏角を求めよ.

2 (25 点) n を自然数とする. 複素積分 $\int_{|z-1|=1} \frac{1}{(z+2)(z-1)^n} dz$ の値を求めよ.

3 (25 点) 関数 $f(z) = \frac{2z^2+3}{(z-1)^3}$ の孤立特異点 $z=1$ における留数を求めよ.

・上の **1**, **2**, **3** については, すべてに解答せよ.

・以下の **4**, **5** のうち, どちらか 1 問だけを選び, 解答せよ (35 点).

4 次の値を留数の計算に帰着させて求めよ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 5x^2 + 6} dx.$$

5 次の値を留数の計算に帰着させて求めよ:

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 2 \cos \theta} d\theta.$$