

**「複素解析」中間試験問題**  
(2005 年度, 金曜 3・4 校時) 試験時間 80 分

- 注意 1.** 解答には途中の経過も記すこと。最終的な答のみでは得点できない。  
**注意 2.** 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと。  
**注意 3.** 早めに解答を完了した場合でも, 静粛を保つために, 退出は 11:30 の時点の一回限りとする。  
**注意 4.** 解答はこの用紙に収まるように案配して書くこと。

次の **1A** と **1B** のどちらか一方に解答せよ。

**1A** (20 点)  $z = e^{i\theta}$  ( $0 < \theta < 2\pi$ ) ならば  $\frac{1-z}{1+z} = -i \tan \frac{\theta}{2}$  であることを示せ。

**1B** (20 点)  $w = \lambda \frac{z-a}{z-\bar{a}}$  ( $|\lambda| = 1, \operatorname{Im} a > 0$ ) が上半平面  $\operatorname{Im} z > 0$  を単位円  $|w| < 1$  に写すことを示せ。

← 選択した問題の番号を記入せよ。

**2** (20 点) 関数  $f(z) = \frac{x+y}{x^2+y^2} + i \frac{x-y}{x^2+y^2}$  (ただし  $z = x + iy$ ) はどこで正則か。また正則な領域における導関数を求めよ。

学籍番号		氏名		点
------	--	----	--	---

3 (20 点) 複素数  $\text{Log}(\sqrt{2} - i\sqrt{2})$  の実部, 虚部, 絶対値, 偏角を求めよ.

4 つぎの複素積分を計算せよ.

(1) (20 点)  $\int_{|z|=2} \frac{1}{z(z-3i)} dz$

(2) (20 点)  $\int_{|z-1|=1} \frac{1}{(z-1)^3} dz$