

(p.21)

**問 11**  $z = e^{i\theta}$  ( $0 < \theta < 2\pi$ ) のとき,  $\frac{1-z}{1+z} = -i \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ であることを証明せよ.

**証明**  $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$  なので

$$(\text{左辺}) = \frac{1-z}{1+z} = \frac{1 - \cos\theta - i\sin\theta}{1 + \cos\theta + i\sin\theta}$$

として, 分母を有理化すると

$$-i \frac{\sin\theta}{2 + \cos\theta}$$

となる. これに 2 倍角の公式を使えば右辺に至る. □