

(p.25)

問 17 $z^n = \alpha$ をみたす一つの z を w とする. たとへば

$$w = \sqrt[n]{a} \left(\cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n} \right)$$

とすると, α の n 乗根は ($\omega = \cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n}$ として)

$$w, w\omega, w\omega^2, \dots, w\omega^{n-1}$$

の n 個で与えられることを示せ.

(解答の hint) 【1】 上記の n 個が $z^n = \alpha$ をみたすことを確かめよ.

【2】 一般に, n 次方程式の解は重複度を込めて丁度 n 個ある (代数学の基本定理, p.8).

【3】 上記の 2 つのことから, 上の n 個が $z^n = \alpha$ のすべての解である.

以上を詳しく説明すればよい.