

大学初年級で学ぶ線形代数学や微分積分学では、精密に書かれた信頼できる教科書が 1 冊は必要であると思ふ。しかし、少くとも微分積分学の現教科書は履修の過程で生じる様々な疑問に答へてくれるものからはほど遠い。その点について、改善すべき点を list する。

- 【 1】 p.10, 図 1.2.2 の右側の  $a_{n-1}$  の点の直上に点があるのはおかしい。それ以降 (さらに右) も同様。
- 【 2】 p.13, line -7, “大黒柱” 云々とかいふのであれば、ここに「実数の定義」などと安易に書くべきではない。
- 【 3】 p.15, line -4 の “数列  $x_n \in D$ ” は気になる。“数列  $\{x_n\} \subset D$ ” ではどうか。  
p.15, line -3 を  
“任意の数列  $\{x_n\} \subset D$  に対し,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  ならば  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \alpha$ ”  
とする。しかし、この定義と「任意の  $\varepsilon > 0$  に対し  $\delta > 0$  が存在して、 $x \in D$  かつ  $|x - a| < \delta$  ならば  $|f(x) - \alpha| < \varepsilon$ 」との連携を書かないと p.17 などで困らないか。
- 【 4】 p.23, [B]  
3. 定理 1.5 を p.17 の大黒柱 II に基いて示せ。  
4. 定理 1.8 を p.17 の大黒柱 II に基いて示せ。  
の 2 問を追加すると良い。

【 5】 p.24, line 5, “( $\neq c$ )” は要らない。

【 6】 p.30, [B] 2.

$$\sqrt{1-x} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots$$

とおくとき、両辺を微分することにより  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  を求めよ。

項別微分の説明なしでこの問題を出すのはいけない。

- 【 7】 p.33, [A] 2.  $a$  と  $b$  の大小があいまいな場合にこそ、 $\theta$  で記述する価値があるのだから、例へば「 $f(x)$  は開区間  $I$  で微分可能とし、 $a, b \in I$  とすると」とでもすべきである。
- 【 8】 p.33, [A] 3(1) [B] 1,2.  $x^\alpha$  の導関数をまだやつてゐないので、これらの問題はこの場所は不適切。
- 【 9】 p.33, 脚注. こんなこと ( $f'(x)$  の連続性を仮定する理由) を書かなくても、[三宅], p.28 の様に

$$\varphi(y) = \begin{cases} \frac{f(y) - f(b)}{y - b} & (y \neq b) \\ f'(b) & (y = b) \end{cases}$$

とすれば、

$$\frac{f(g(c+h)) - f(g(c))}{h} = f'(C) \cdot \frac{g(c+h) - g(c)}{h}$$

( $C$  は  $a$  と  $b$  の間のある数) は

$$\frac{f(g(c+h)) - f(g(c))}{h} = \varphi(c+h) \cdot \frac{g(c+h) - g(c)}{h}$$

云々と説明できて、なんら問題ない。

- 【10】 p.44, (1.3) 以降の  $e^x$  は  $E(x)$  と記すべきで、p.49 の定理 1.23 で初めて  $E(x)$  を  $e^x$  と書いてよいことになる。
- 【11】 p.48, line -1, 性質 4 の “ $\iff$ ” 以前を削除すべき。または、“ $\iff$ ” を comma “,” に換える。

【12】 p.58, [A] 3.

$$(9) \tan^{-1}(\infty)$$

は  $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} x$  とすべき。

【13】 p.67, [A] 1 「求めよ」  $\rightarrow$  「以下で、(1) に答えて、(2) 以降を証明せよ」

【14】 p.67, [A] 2.

$$(4) \frac{e^x - 1}{x}$$

$$(5) \frac{\sin x}{x}$$

$$(6) \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

これらは  $x = 0$  で定義されてゐない。

【15】 p.67, [A]

次の関数の  $x = 0$  での冪級数展開を求めよ。  
(2)  $\tan^{-1} x$

これはこの節で説明された Taylor 展開では求められない。[三村], p.200, 5 の別解を参照せよ。

【16】 p.68, [A] 5 (有限項の) Taylor の定理を用いて剰余項の処理をきちんと説明しないとできない。特に

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \right)$$

は無理なのでは。

【17】 p.69, line 13-14, 「容易である」  $\rightarrow$  「容易にわかる」

【18】 p.97, line 10, line 14,  
「( $n = 1, 2, 3, \dots$ )」  $\rightarrow$  「( $n = 2, 3, 4, \dots$ )」  
当該の等式は、実際は  $n \in \mathbb{R}$  でさへ成り立つが、きつと著者はそこまで考へてはゐないだらう。

【19】 p.100,  $t$  の有理式なることが必然である理論的な説明が欲しい。

【20】 p.102, 一気に部分分数分解すべき。その方がはるかに一般性がある。

【21】 p.105, [A] 2 (3)  $\int \sqrt{1 + \sin x} dx$ . 分母子に  $\sqrt{1 - \sin x}$  を掛ける方法もあるので、解答に  $\pm 2\sqrt{1 - \sin x} + C$  も入れておくべき。

【22】 p.105, [A] 2 (4)  $\int \sqrt{1 + \cos x} dx$ . 分母子に  $\sqrt{1 - \cos x}$  を掛ける方法もあるので、解答に  $\pm 2\sqrt{1 - \cos x} + C$  も入れておくべき。

- 【23】 p.105, [A] 3 (4)  $\log \frac{x-3}{x+3}$  の不定積分. 演習書の解答はやめるべき, 場合分けなど不要である.
- 【24】 p.106, 2.3 [B] (1)  $\int F(x, \sqrt{Ax^2+Bx+C}) dx$  ( $A \neq 0$ ) についての問題.  
 $F(\ )$  や  $R(\ )$  は有理関数であることを断るべき. しかし, まだるつこい. なぜ 1 次の項を省くのか.
- 【25】 p.106, 2.3 [B] (2)  $R(x, \sqrt{x}$  の 2 次式) で根号の中に 1 次の項があつてもできるのに, なぜもつと一般的に説明しないのだから.
- 【26】 p.110, 定理 2.4 はわかりづらい. 定積分  $\int_a^b f(x) dx$  を定義したのだから, 写像  $b \mapsto \int_a^b f(x) dx$  を ( $x \mapsto$ )  $S(x)$  と書けば済む.
- 【27】 p.119 2.5[A] (4)  $\frac{1}{n}(n!)^{\frac{1}{n}}$  の計算には広義積分  $\int_0^1 \log x dx$  が現れるが, これは次節の範囲である.
- 【28】 p.120, [B] 2.

$|x| < 1$  のとき,

$$\frac{1}{x^2+1} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots$$

である. 両辺を  $[0, 1]$  で積分して, 次を示せ.

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

(“.” を取るべき) について, 収束域が  $-1 \leq x \leq 1$  にまで延びること, 得られた関数があるところにおいて連続であることを示すのに, 交代級数の収束の原理 [岡安他], p.129, 定理 7 と Abel の定理 ([高木], p.184) が必要である. なお, [三村], p.196, 定理 9 および p.200 の 5 も参照されたい.

- 【29】 p.129, 2.8 [A] 1.  
 (4) 微分方程式  $y' = ky(a-y)$  を解くのであるが,  $a$  が 0 か否かで場合を分ける必要があるのに, 解答はさうなつてみない.
- 【30】 p.133 の脚注「うるさくいうと」はやめて欲しい. 証明を入れるべき.
- 【31】 p.134, 2.8 [A] 1.  
 (1) と (6) では  $x=0$  のときこの関数の値を 1 と定める, と断り書きを入れるべき. さらに, その場合,  $x=0$  で何度も微分可能であることは証明を要する.

- 【32】 pp.132-134, 例 2.16.  
 積分型剰余項の Taylor の定理に関する例であるが, これでは積分型剰余項の有難味が伝はらない. 例へば, 最初の例  $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$  では問題は剰余項なのに, そのことに全く触れてみない. 実際には積分表示を変形して, それが  $\frac{x^n}{1-x}$  であることを示せるが, 教育的であるかどうか疑はしい. もし, Taylor 展開についての例示がしたいのであれば, それなりに書き替へる必要がある. もしも, この例での剰余項  $R_n$  を計算してみるとし,

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x \left(\frac{1}{1-x}\right)^{(n)} (x-t)^{n-1} dt \\ &= \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x n!(1-x)^{-n-1} (x-t)^{n-1} dx \\ &= n \int_0^x \left(\frac{x-t}{1-t}\right)^{n-1} \frac{1}{(1-t)^2} dt \\ &= -n \int_x^0 z^{n-1} \left(\frac{1-z}{1-x}\right)^2 \frac{1-x}{(1-z)^2} dz \\ &\qquad\qquad\qquad \left(z = \frac{x-t}{1-t}\right) \\ &= n \int_0^x z^{n-1} \frac{1}{1-x} dz \\ &= \frac{n}{1-x} \int_0^x z^{n-1} dz \\ &= \frac{x^n}{1-x} \end{aligned}$$

の様な計算を述べておけば, いくらか文章の流れは改善される.

- 【33】 p.134, 問題 2.8 [A] 1 で

(3)  $\frac{x}{\sin x}$   
 (6)  $\frac{x}{\tan x}$

は  $x=0$  で定義されてみない.  
 また「44 ページ (1.9) と 64 ページ系 1.2 を利用してもよい。」とあるが, 冪級数の商の計算の仕方とその整合性や収束域については何も明確に書かれてをらず, 一方, Landau の  $o(\ )$  の様な評価を使ふにしても, たとへば  $\sin(x) = x - \frac{1}{3!}x^3 + o(x^3)$  はどこにも書かれてをらず, 一般に  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3)$ ,  $g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + o(x^3)$  等がわかつてても,  $f(x)/g(x)$  を多項式と  $o(x^3)$  の和で書くのに弁へておくべきことがいくつもあるのに, それらの説明が全くない.

- 【34】 p.134, 2.8 [A] 1.  
 「…  $x=0$  の巾級数展開の …」は「…  $x=0$  での巾級数展開の …」とすべき.
- 【35】 p.134, 2.8 [B] 1.  
 「… により巾級数展開して …」は「… により  $x=0$  の周りで巾級数展開して …」などとすべき.

【36】 p.134, 2.8 [B] 1.

$\frac{1}{\sqrt{1-x}}$  を定理 2.7 (積分型剰余項を持つ Taylor の定理) により冪級数に展開して 4 次までの項を書け.

この解答を入れるべき。  
 まづ、 $\{-1 < x < 1\}$  が収束域であることを示す。  
 それには  $\frac{x-t}{1-t} < x$  を利用する。次に各項が 0 に収束する交代級数は収束することを使ふと、収束域が  $-1 < x \leq 1$  に延びることがわかる。  
 Abel の定理で、ここまで連続になる。そして (漸く!)  $x=1$  を代入できる。  
 しかし、これだけの問題なのに本文に何も解説なしで良いとは思へない。

【37】 p.134 2.8 [B] 2.

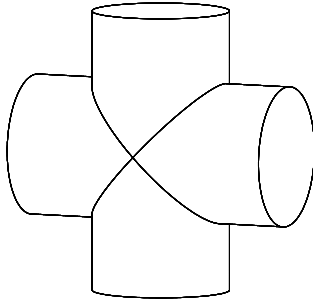
$\frac{\pi}{2} = \sin^{-1} 1 = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  と前問を利用した  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  の中級数展開を (形式的に) 各項ごとに積分して  $\pi = 2\left(1 + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{15}{7 \cdot 48} + \frac{105}{9 \cdot 384} + \dots\right)$  (ニュートン, 1976) を導け。

は Abel の定理が必要。

【38】 p.141,  $l. -1$ . この式は  $P(k, h) \cap D \neq \emptyset$  かつ  $P(k, h) \not\subset D$  となる  $P(k, h)$  が沢山あると正しくない場合があり得る。

【39】 p.143, 図 2.10.4 は左手系になってしまつてゐる。座標軸の  $x$  と  $y$  を入れ替へるべき。

【40】 p.146, 図 2.10.6 は、中央の点で交叉曲線が折れてゐるので誤り。正しくは下記のような感じになる。



【41】 p.159 2.12 [A]

1. 「... を  $x$  軸のまわりに回転してできる ...」は「... と  $x$  軸とで囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに回転してできる ...」とすべき。

【42】 p.159 2.12 [A]

2. 「... を  $x$  軸のまわりに回転してできる ...」は「... で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに回転してできる ...」とすべき。

【43】 p.159 2.12 [A] 2 (2)

この問題の解答には  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n t dt$  を与へる公式が欲しいが、それが教科書 p.97 で述べられるべきで

ある。

【44】 p.160, 2.11 [A] 3 (2), (3) の文中の記号  $V_x, V_y$  はそれらが  $x$  または  $y$  に依存するかの様な印象を与へるので良くない。

【45】 p.183, 2.3 [A] 2 (3) の場合分けの不等号が演習書と異なる。

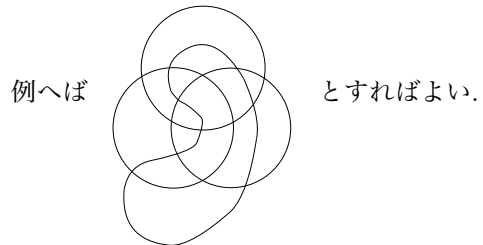
【46】 p.184, 3(6) には、別解によつて到達する解  $\frac{1}{\cos x} + x - \tan x + C$  も入れておいた方がよい。

【47】 p.185, 1(2) の図で、第 1 象限の部分が間違つてゐる。

【48】 p.187, 2.7 [A] (2)  $y = Cx^k$  は  $y = C|x|^k$  とすべし。

【本学での微分積分 1, 2 の演習書で修正を要する点】

【 1】 p.29 (3) の Ben 図を修正する。4 つの集合の包含関係を網羅する Ben 図は円では書けない。



【 2】 p.53, 例題 1.11.1 (3), (4) の解答. 項別積分は未習なので、ここで使ふことはできない。

【 3】 p.87, 場合分けは必要ない!

【 4】 pp.98-99,  $l. -1$ ,  $\left(\frac{2a+1}{2}\right)^2$  の冪 2 を削除. p.99,  $l. 1$  も。

【 5】 p.99,  $l. 1$ , 最初の項の積分範囲の下端は  $\frac{1}{3}$  でなくて  $\frac{1}{2}$ 。

【 6】 p.110, 例題 2.8.2. 収束域が書いてない。

【 7】 p.118, 図 2.8 と図 2.9 は点 A の部分で交叉曲線が折れてゐるので誤り。正しい図は上記の【40】の通り。

【 8】 p.125,  $l. -6$ .  $32$  は  $32\pi$  に修正。

## References

[岡安他] 岡安 他：微分積分学入門，裳華房

[三宅] 三宅 敏恒：入門微分積分，培風館

[三村] 三村 征雄：大学演習 微分積分学，裳華房

[高木] 高木 貞治：解析概論，岩波書店