

2014 年度 後期 模擬試験 (問題兼解答用紙)

開講学部	評点
理工学部	

問題枚数	両面印刷	別紙解答用紙	試験時間	試験科目名	クラス	出題者
3/3	有	なし	80 分	微分積分 II <small>木曜 1 時限, 教科書: 北岡 他 著 「工料系の微分積分学の基礎」</small>	B	大西 良博 印
持込許可物件	所属学部	所属学科	学年	学籍番号 (9 桁)	氏 名	
なし	理工学部	情報工学科	1 年			

- 注意 1. 最終的な答に至る途中の説明をできるだけ詳しく書くこと。最終結果だけでは得点できない。  
 注意 2. 学生証, 記名用のペン, 鉛筆またはシャープペンシル, 消しゴム以外は机の上に置かないこと。  
 注意 3. 試験場の静粛を保つために, 退出は開始 60 分後の時点の一回限りとする。

1 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{2x}{1+x^4} dx$$

$$(2) \int e^x \sin x dx$$

$$(3) \int \sqrt{1+x^2} dx$$

2 次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^1 \frac{2x}{1+x^4} dx$$

$$(2) \int_1^e \log x dx$$

$$(3) \int_1^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$$

3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2+k^2}}$  を求めよ.

4 関数  $f(x) = \frac{x}{1 + \frac{1}{3}x^4}$  について次の間に答えよ.

(1) 曲線  $y = f(x)$  の概形を描け.

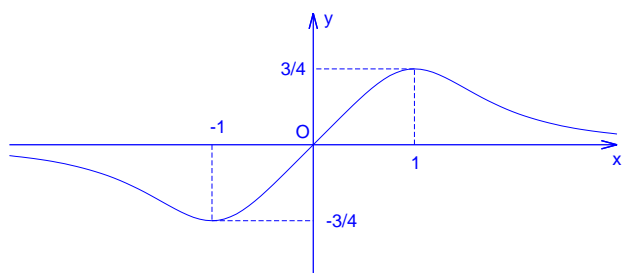
解答例  $f(x)$  の導関数は

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1 \cdot (1 + \frac{1}{3}x^4) - x \cdot \frac{4}{3}x^3}{(1 + \frac{1}{3}x^4)^2} \\ &= \frac{1 - x^4}{(1 + \frac{1}{3}x^4)^2} = \frac{(1-x)(1+x)(1+x^2)}{1 + \frac{1}{3}x^4}. \end{aligned}$$

これより増減表を書くと

$x$	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	$-\frac{3}{4}$	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$

これよりグラフは次の様になる.



(2) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸の  $x \geq 0$  の部分で囲まれる部分の面積  $S$  を求めよ.

解答例

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\infty} \frac{x}{1 + \frac{1}{3}x^4} dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{3}}x^2 \right) \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 0 \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi}{4} \dots \dots \text{Ans.} \end{aligned}$$

5 次の関数の  $x = 0$  を中心にした冪級数展開を 3 次の項まで求めよ.

(1)  $y = e^x \sin x$

(2)  $y = e^{x^2}$

(3)  $y = x^2 \log(1+x)$

6 次の微分方程式を解け.

(1)  $y' = 4xy^2 - 4x$

(2)  $y' - x + 2y = 0$

7 次の曲線の長さを求めよ.

(1) 放物線  $y = x^2$  の  $x = 0$  から  $x = 1$  までの部分

(1) (3) を利用してよい)

(2) 曲線  $C : \{ (e^t \cos t, e^t \sin t) \mid 0 \leq t \leq \pi \}$

8 次の重積分を求めよ.

(1)  $\iint_D (1 + xy + y^2) dx dy, \quad D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$

(2)  $\iint_D xy dx dy, \quad D: x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1$

(3)  $\iint_D \cos \frac{x}{y} dx dy, \quad D: \frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x \leq y^2$

(4)  $\iint_D (x - 2y) dx dy, \quad D: 3x - y \leq 3, -4 \leq x - 3y \leq 0$

(5)  $\iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}$